

P O L I T E C H N I K A K R A K O W S K A

Katedra Konstrukcji Stalowych i Spawalnictwa

PROFILE Z FALISTYM ŚRODNIKIEM „SIN”

Zasady wymiarowania

Kraków 2002

SPIS TREŚCI

1. Wstęp
2. Zasady projektowania elementów konstrukcji
 - 2.1 Obliczenia statyczne
 - 2.1.1 Stan graniczny użytkowania – warunki sztywności
 - 2.2 Niestateczność miejscowa środnika
 - 2.2.1 Niestateczność środnika przy ścinaniu
 - 2.2.2 Nośność środnika pod obciążeniem skupionym
 - 2.2.3 Żebra usztywniające
 - 2.3 Niestateczność miejscowa pasa
 - 2.4 Elementy ściskane
 - 2.4.1 Zasady ogólne
 - 2.4.2 Nośność pręta przy ściskaniu osiowym
 - 2.4.3 Smukłość względna pręta przy wyboczeniu
 - 2.4.4 Nośność obliczeniowa przy ściskaniu osiowym
 - 2.5 Elementy zginane
 - 2.5.1 Postanowienia ogólne
 - 2.5.2 Nośność przekroju przy jednokierunkowym zginaniu
 - 2.5.3 Nośność interakcyjna przekroju zginanego i ścinanego
 - 2.5.4 Nośność elementów jednokierunkowo zginanych
3. Stateczność układów ramowych

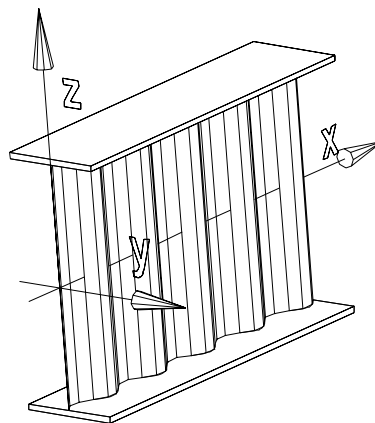
LITERATURA

1. Wstęp.

Przedmiotem niniejszego opracowania jest obliczanie i projektowanie konstrukcji stalowych wykonanych z profili spawanych o środnikach z blachy falistej.

1.1 Podstawowe oznaczenia:

E – współczynnik sprężystości podłużnej,
 G – współczynnik sprężystości poprzecznej,
 G_{red} – zastępczy zredukowany współczynnik sprężystości poprzecznej,
 R_{ef} – granica plastyczności pasów,
 R_{ew} – granica plastyczności środnika,
 f_d – wytrzymałość obliczeniowa stali,
 t_w – grubość środnika,
 h_w – wysokość środnika,
 t_f – grubość pasa,
 b_f – szerokość pasa,
 f – wysokość fali,
 m – długość rzutu fali,
 s – długość rozwinięcia fali,
 A – całkowita powierzchnia przekroju,
 A_f – powierzchnia przekroju pasów,
 A_w – powierzchnia przekroju środnika obliczona jak dla blachy płaskiej,
 I_{yf}, I_{zf} – moment bezwładności przekroju złożonego z samych pasów, odpowiednio dla osi y i z ,
 I_ω – wycinkowy moment bezwładności przekroju złożonego z samych pasów,
 I_T – moment bezwładności przy skręcaniu z uwzględnieniem powierzchni środnika,
 W_{yf}, W_{zf} – sprężysty wskaźnik wytrzymałości przekroju złożonego z samych pasów, odpowiednio dla kierunków y i z ,
 D_x, D_z – sztywności giętnie blachy falistej, odpowiednio dla kierunku x i z ,
 k – współczynnik ścinania dla modelu pręta Timoshenki,
 φ_{pv} – współczynnik niestateczności przy ścinaniu dla blachy środnika,
 φ_y – współczynnik niestateczności przy wyboczeniu giętnym względem osi y dla przekroju złożonego z samych pasów
 φ_z – współczynnik niestateczności przy wyboczeniu giętnym względem osi z dla przekroju złożonego z samych pasów.

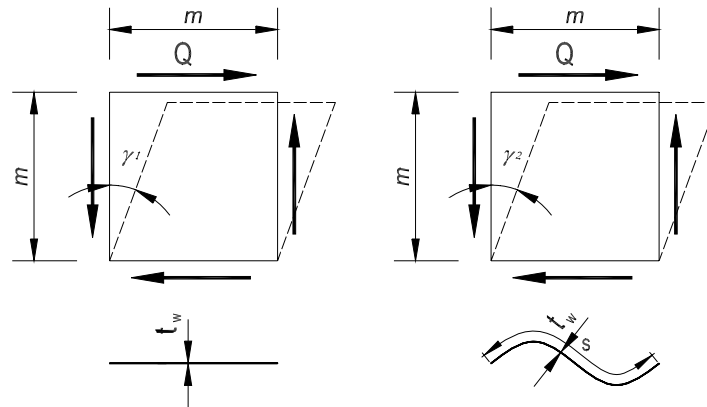


Rys.1. Przyjęta orientacja układu współrzędnych.

1.2 Stałe materiałowe.

- współczynnik sprężystości podłużnej $E = 205$ [GPa]
- współczynnik sprężystości poprzecznej $G = 80$ [GPa]

Falistość środka powoduje, że odkształcenia postaciowe środka sinusoidalnego są większe niż odkształcenia środka płaskiego o tych samych warunkach brzegowych oraz parametrach geometrycznych i materiałowych. Korzystając z modelu pręta Timoshenki próbkę sinusoidalną zastąpić należy prętkiem płaskim o takiej samej odkształcalności postaciowej. Zgodność odkształceń zapewniona zostaje poprzez przyjęcie zastępczego zredukowanego współczynnika sprężystości poprzecznej.



Rys.2

Żądamy aby przy tych samych wymiarach i wartości siły poprzecznej Q kąty odkształcenia postaciowego γ arkusza blachy płaskiej (1) i arkusza blachy falistej (2) były sobie równe

$$\gamma_1 = \gamma_2, \quad (1)$$

gdzie:

$$\gamma_1 = \frac{\tau_1}{G_1} = \frac{t_w \cdot m}{G_1} \quad \gamma_2 = \frac{\tau_2}{G_2} = \frac{t_w \cdot s}{G_2} \quad (2)$$

stąd otrzymuje się, że wartość współczynnika sprężystości poprzecznej powinna być zredukowana

$$G_{red} = G_2 = G_1 \cdot \frac{m}{s}. \quad (3)$$

Dla profili SIN stosunek $\frac{m}{s}$ jest wartością stałą i wynosi

$$\frac{m}{s} = \frac{155}{178} = 0,87, \quad (4)$$

zredukowana wartość współczynnika sprężystości poprzecznej równa jest

$$G_{red} = 69,7 \text{ [GPa]}. \quad (5)$$

2. Zasady projektowania elementów konstrukcji.

Obliczanie konstrukcji należy przeprowadzić metodą stanów granicznych wg PN-76/B-03001 i norm związanych.

Obciążenia, rodzaje, wartości, współczynniki i kombinacje obciążeń należy przyjmować zgodnie z PN-82/B-02000÷02015.

2.1 Obliczenia statyczne

W obliczeniach statycznych należy przyjmować liniowo-sprężysty model materiału.

Model obliczeniowy konstrukcji powinien uwzględniać wpływ sił poprzecznych na przemieszczenia i siły wewnętrzne.

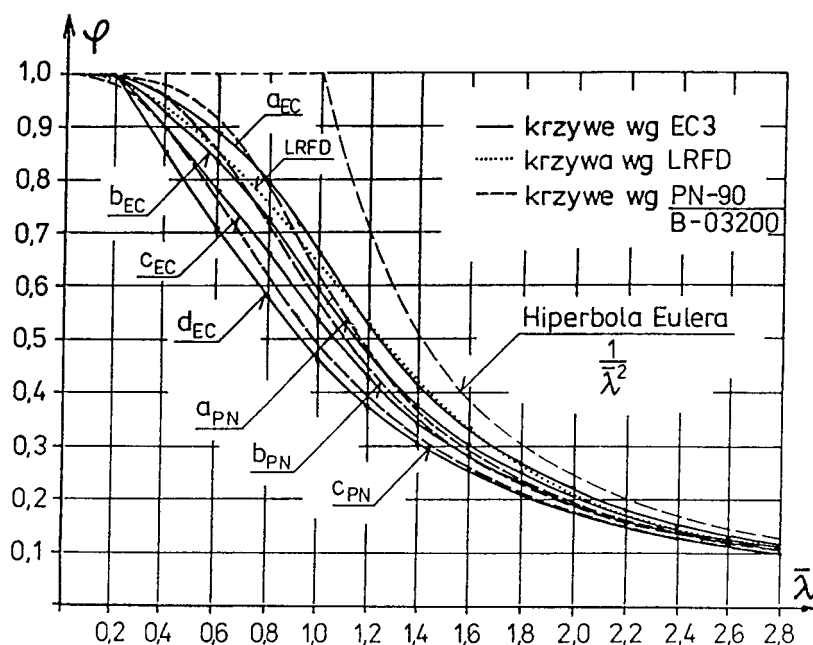
Siły przekrojowe i przemieszczenia konstrukcji należy wyznaczać wg teorii I lub II rzędu.

Nie występuje rezerwa nośności nadkrytycznej, utrata nośności środnika następuje na skutek globalnej niestateczności plastycznej.

W modelu obliczeniowym przekroju poprzecznego uwzględnia się jedynie powierzchnię pasów, a powierzchnię przekroju środnika – przy obliczeniach na ścinanie.

Profile SIN o proporcjach geometrycznych przekroju poprzecznego wg programu produkcji Zekon Sp. z o.o. można zaklasyfikować do klasy 3 przekrojów wg PN-90/B-03200[1].

W dotychczas stosowanych procedurach wymiarowania profili SIN stosowano współczynniki niestateczności wyznaczone wg normy DIN 18800 cz.II [7], które są tożsame ze współczynnikami niestateczności określonymi w EC3 [8]. Porównanie krzywych niestateczności wg EC3 [8] i PN-90/B-03200 [1] na podstawie pracy [9] przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Porównanie krzywych wybozeniowych wg PN-90/B-03200 i EC3 [9].

Z porównania wynika, że krzywe wybozeniowe wg [1] dają bezpieczniejsze oszacowanie nośności a różnice pomiędzy wartościami współczynników nie przekraczają 5%.

2.1.1 Stan graniczny użytkowania – warunek sztywności

Do obliczeń przemieszczeń konstrukcji należy przyjmować wartości charakterystyczne obciążeń.

Przy obliczaniu przemieszczeń konstrukcji w płaszczyźnie środka falistego uwzględniać należy dodatkowe ugięcie wywołane siłami poprzecznymi. W przypadku tradycyjnej metody obliczeń wpływ sił poprzecznych uwzględnić można stosując wzór Maxwella-Mohra w następującej postaci

$$f_{MV} = \sum_1^u \left(\int_S \frac{M \cdot M_1}{E \cdot I_y} \cdot dS + \int_S k \cdot \frac{Q \cdot Q_1}{G \cdot A} \cdot dS \right), \quad (6)$$

gdzie: M_1, Q_1 – momenty zginające i siły poprzeczne wywołane przyłożeniem siły jednostkowej w miejscu obliczania ugięcia f_{MQ} , k - współczynnik ścinania przekroju wg klasycznej teorii sprężystości, z poprawką na podatność postaciową środka.

$$k = \frac{A}{A_w \cdot \frac{m}{s}}, \quad (7)$$

gdzie: A – powierzchnia całkowita przekroju (pasy + środek), A_w – powierzchnia przekroju środka, m, s – odpowiednio, długość rzutu fali i długość rozwinięcia fali.

W tab.1 przedstawiono wzory na strzałki ugięć dla belek o prostych schematach obciążeniowych uwzględniające wpływ momentów i sił poprzecznych.

Zastosowanie zwiększonej wartości współczynnika ścinania k wyklucza jednoczesne stosowanie zredukowanej wartości współczynnika sprężystości poprzecznej G_{red} . Należy również zwrócić uwagę na to, jak w programie zdefiniowano współczynnik ścinania (niektóre z programów wymagają bowiem wprowadzenia współczynnika ścinania równego $1/k$).

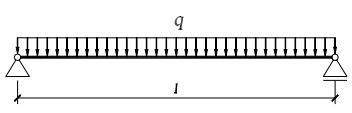
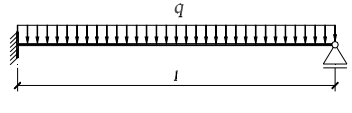
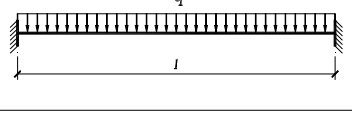
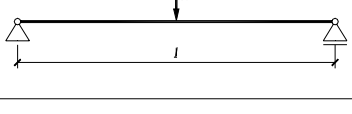
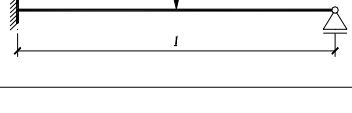
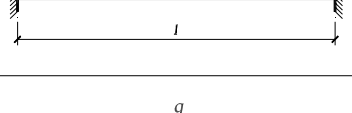
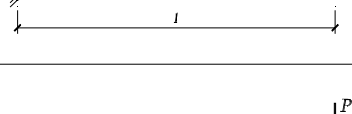
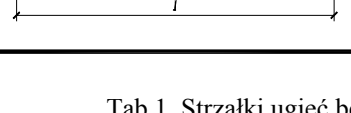
Na podstawie wykonanych badań doświadczalnych można stwierdzić, że ugięcia belek wykonanych z profili SIN powinny spełniać warunek:

$$w_{max} \leq \frac{l}{300} \quad (8)$$

gdzie l – rozpiętość elementu lub podwójny wysięg wspornika.

W blachownicach typu SIN stosunkowo wcześniej pojawiają się ugięcia trwałe. Udział ugięć trwałych w całkowitych ugięciach belki można oszacować z wystarczającą dla praktyki projektowej dokładnością jako 20% ugięć sprężystych, co ujęto w poniższej formule

$$w_{max} = w_{el} + w_{pl} = w_{el} \cdot \left(1 + \frac{w_{pl}}{w_{el}} \right) \approx 1,2 \cdot w_{el}. \quad (9)$$

Schemat statyczny belki	Strzałka ugięcia
	$f_{MV} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 9,6 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{1}{18} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 22,6 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{1}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 48 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{1}{48} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 12 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{2}{215} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 27,7 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{1}{192} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 48 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 4 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$
	$f_{MV} = \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I_y} \cdot \left(1 + 3 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I_y}{G \cdot A \cdot l^2} \right)$

Tab.1. Strzałki ugięć belek podatnych na ścinanie.

2.2 Niestateczność miejscowa środnika

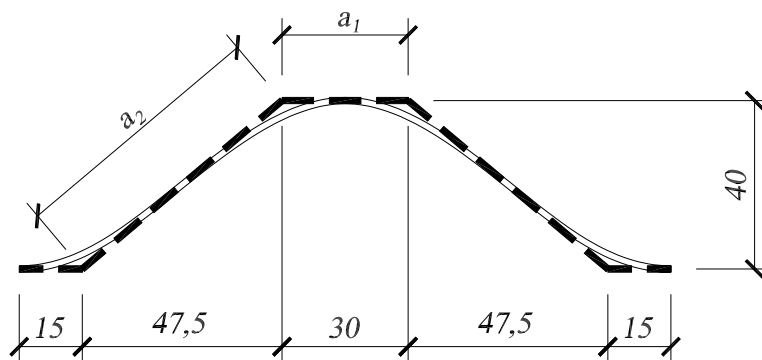
2.2.1 Niestateczność środnika przy ścinaniu

Nośność środnika ścinanego zgodnie z [1] określona jest następująco:

$$V_R = \varphi_{pv} \cdot V_{pl} \quad (10)$$

Wartość współczynnika niestateczności przy ścinaniu φ_{pv} wyznaczyć należy korzystając z opisanych poniżej wytycznych DASt-015[2] z późniejszymi modyfikacjami[3].

W celu obliczania nośności środnika falistego wg formuł zalecanych przez wytyczne [2], w pracy [3] zaproponowano aproksymację sinusoidalnego kształtu fali zastępczym profilem trapezowym (rys.3).



Rys.3. Zastępczy przekrój fałdy dla pojedynczej fali o wysokości 40mm.

Dla tak określonego zastępczego profilu trapezowego wyznacza się krytyczne idealne naprężenia styczne przy miejscowej utracie stateczności.

Sztywności gięte płyty ortotropowej wyznacza się dla rzeczywistej fali sinusoidalnej, odpowiednio D_x dla kierunku prostopadłego do tworzącej fali i D_z dla kierunku równoległego do tworzącej fali:

$$D_x = \frac{E \cdot t_w^3 \cdot m}{12 \cdot s}, \quad (11)$$

$$D_z = \frac{E \cdot I_{xw}}{m}, \quad (12)$$

gdzie: m – długość rzutu fali,

s – długość rozwinięcia fali,

t_w – grubość blachy średnika,

I_{xw} – moment bezwładności pojedynczej fali względem osi x wg wzoru (24),

E – współczynnik sprężystości podłużnej dla stali.

Krytyczne idealne naprężenia styczne przy globalnej utracie stateczności opisano wzorem:

$$\tau_{Pi,g} = \frac{32,4}{t_w \cdot h_w^2} \sqrt[4]{D_x \cdot D_z^3}, \quad (13)$$

gdzie: h_w - wysokość średnika.

Krytyczne idealne naprężenia styczne przy miejscowej utracie stateczności dane są wzorem:

$$\tau_{Pi,l} = 4,83 \cdot E \cdot \left(\frac{t_w}{a} \right)^2, \quad (14)$$

gdzie: a – maksymalna szerokość ścianki fałdy ($a = \max(a_1, a_2)$).

Smukłości względne, określamy na podstawie naprężeń krytycznych jak niżej:

$$\bar{\lambda}_{Pi,l} = \sqrt{\frac{R_{ew}}{\sqrt{3} \cdot \tau_{Pi,l}}}, \quad (15)$$

$$\bar{\lambda}_{Pi,g} = \sqrt{\frac{R_{ew}}{\sqrt{3} \cdot \tau_{Pi,g}}}, \quad (16)$$

gdzie: R_{ew} – granica plastyczności stali łożadka.

Na podstawie smukłości względnych wyznaczamy wartość współczynnika niestateczności przy ścinaniu:

$$\varphi_{pv} = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\lambda}_p^{1,5}} & \text{dla } \bar{\lambda}_p \geq 1 \\ 1 & \text{dla } \bar{\lambda}_p < 1 \end{cases} \quad (17)$$

gdzie: $\bar{\lambda}_p = \min(\bar{\lambda}_{Pi,l}, \bar{\lambda}_{Pi,g})$.

Nośność obliczeniowa łożadka na ścinanie:

$$V_R = \varphi_{pv} \cdot V_{pl} = 0,58 \cdot \varphi_{pv} \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_d \quad (18)$$

2.2.2 Nośność łożadka pod obciążeniem skupionym.

Nośność obliczeniową łożadka obciążonego siłą skupioną działającą stacjonarnie obliczać można wg wzoru z [1]

$$P_{Rc} = k_c \cdot t_w^2 \cdot f_d \quad (19)$$

gdzie:

$k_c = \frac{c_0}{t_w}$, c_0 – szerokość rozdziału obciążenia

w przypadku oparcia na dźwigarze SIN dwuteownika gorącownicowego szerokość rozdziału obciążenia określić można następująco,

$$c_0 = c + 5 \cdot t_f, \quad (20)$$

t_f – grubość pasa dźwigara SIN

$$c = t_{w1} + 2 \cdot (r_1 + t_{f1}) \quad (21)$$

gdzie:

t_{w1} – grubość łożadka dwuteownika gorącownicowego,

t_{f1} – grubość pasa dwuteownika gorącownicowego,

r_1 – promień wyokrąglenia pomiędzy łożadkiem a pasem dwuteownika gorącownicowego.

Warunek nośności przyjmuje zatem postać:

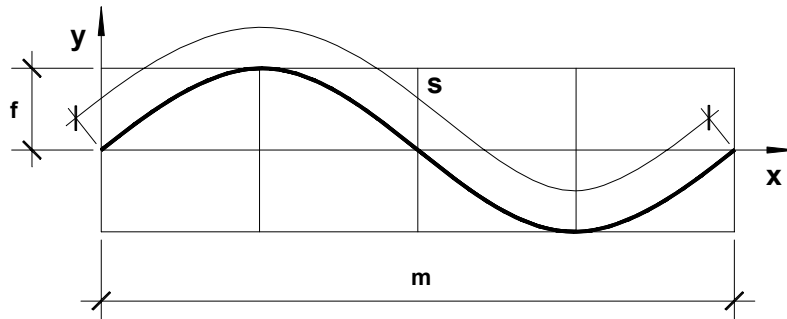
$$P \leq P_{Rc} = t_w \cdot (c + 5 \cdot t_f) \cdot f_d \quad (22)$$

Formuła ta daje jednak bardzo zaniżone nośności w stosunku do wyników badań doświadczalnych [4],[5]. Bardziej zbliżone do rzeczywistych wartości nośności otrzymuje się stosując interakcyjną formułę Pasternaka-Brańki [10],[11], a mianowicie:

geometrię środnika o kształcie fali sinusoidalnej można opisać wzorem:

$$y(x) = f \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{0,5 \cdot m}\right), \quad (23)$$

gdzie: f – amplituda fali, m – długość rzutu fali.



Rys.4. Geometria fali sinusoidalnej.

Moment bezwładności pojedynczej fali względem osi podłużnej x wyznaczyć można ze wzoru:

$$I_{xw} = t_w \cdot \int_0^m y^2 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (24)$$

Obecnie produkowane profile SIN mają stałą długość fali $m = 155\text{mm}$ i amplitudę $f = 20\text{mm}$. W tab.2 podano momenty bezwładności pojedynczej fali I_{xw} dla produkowanych grubości środników.

t_w [mm]	I_{xw} [cm ⁴]
2,0	6,674
2,5	8,343
3,0	10,012

Tab.2. Momenty bezwładności pojedynczej fali.

Nośność łożyska pod obciążeniem skupionym określa się następująco,

$$P_{Rc} = 10 \cdot \left(\frac{W_{yf1}}{I_y / t_w} \right)^{0,4} \cdot 2 \cdot f \cdot t_w \cdot f_d \quad (25)$$

gdzie W_{yf1} – sprężysty wskaźnik wytrzymałości pasa obciążonego siłą skupioną na zginanie w płaszczyźnie dźwigara.

W przypadku gdy obciążenie skupione przyłożone jest w miejscu działania dużego momentu zginającego nośność łożyska określa formuła uwzględniająca interakcję siły poprzecznej i momentu zginającego. Przypadek ten zachodzi gdy spełnione są następujące warunki:

$$\begin{cases} 0,5 \leq \frac{M}{M_R} \leq 1,0 \\ 0,75 \leq \frac{P}{P_{Rc}} \leq 1,0 \end{cases} \quad (26)$$

Nośność łożyska określona jest wtedy następująco:

$$0,4 \cdot \frac{M}{\varphi_{z1} \cdot M_{Ry}} + 0,8 \cdot \frac{P}{P_{Rc}} \leq 1,0 \quad (27)$$

gdzie: M_{Ry} – nośność plastyczna pasów

$$M_{Ry} = (h_w + t_f) \cdot A_f \cdot f_d \quad (28)$$

W równaniu (27) współczynnika wyboczeniowy φ_{z1} wyznacza się jak dla wyizolowanego pasa ściskanego przy wyboczeniu z płaszczyzny dźwigara.

$$\varphi_{z1} = \left(1 + \bar{\lambda}_{z1}^{2,4} \right)^{-1/2} \quad (29)$$

gdzie:

$$\bar{\lambda}_{z1} = \frac{\lambda_{z1}}{\lambda_p}, \quad (30)$$

λ_p – smukłość porównawcza

$$\lambda_p = 84 \cdot \sqrt{\frac{215}{f_d}} \quad (31)$$

λ_{z1} – smukłość pasa ściskanego przy wyboczeniu z płaszczyzny dźwigara,

$$\lambda_{z1} = \frac{l_{z1}}{i_{z1}} \quad (32)$$

gdzie:

l_{z1} – rozstaw podparć bocznych pasa ściskanego

i_{z1} – promień bezwładności pasa ściskanego wg wzoru:

$$i_{z1} = \frac{b_f}{\sqrt{12}} \quad (33)$$

2.2.3 Żebra usztywniające

Profile SIN nie wymagają stosowania pośrednich żeber usztywniających. Żebra poprzeczne projektować należy jedynie w miejscach przyłożenia znacznych sił skupionych oraz na podporach.

Żebra usztywniające należy wymiarować zgodnie z zaleceniami normy [1] p. 4.2.6.2 jak pręty ściskane osiowo, przy czym przyjmować należy długość wyboczeniową żebra równą wysokości średnika. W obliczeniach nośności żebra nie uwzględnia się współpracy przyległej części średnika.

2.3 Niestateczność miejscowa pasa ściskanego

Możliwość utraty stateczności miejscowej pasa ściskanego w stanie sprężystym należy sprawdzać na podstawie normy [1] p.4.2.2.1. Pas ściskany traktowany jest jak trójstronnie przegubowo podparta płyta prostokątna, ściskana równomiernie ($\nu = 1$, $K_1 = 3,0$) równolegle do dłuższej swej krawędzi. Szerokość płyty b należy przyjmować równą połowie szerokości pasa pomniejszoną o połowę wysokości fali średnika i połowę grubości średnika,

$$b = \frac{b_f}{2} - \frac{f}{2} - \frac{t_w}{2}. \quad (34)$$

Uwzględniając to, że profile SIN mają stałą wysokość amplitudy $f = 20\text{mm}$ i najcieńsza grubość produkowanego średnika wynosi $t_w = 2\text{mm}$, wzór powyższy dla profili SIN przyjmuje postać,

$$b = \frac{b_{f1}}{2} - 11 \cdot \text{mm}, \text{ przy czym } b_{f1} [\text{mm}]. \quad (35)$$

Warunek stateczności miejscowej pasa ściskanego przedstawia się zatem następująco,

$$\frac{b}{t_{f1}} \leq 14 \cdot \sqrt{\frac{215}{f_d}}, \text{ przy czym } f_d = 215 [\text{MPa}]. \quad (36)$$

Warunek powyższy uważamy za niezbędny, ponieważ bardzo smukłe pasy nie zapewniają dostatecznego utwierdzenia średnika w pasie, co redukuje nośność średnika.

2.4 Elementy ściskane

2.4.1 Zasady ogólne

Elementy ściskane wymiaruje się przyjmując model statyczny pręta dwugąłęziowego o przekroju klasy 3, gdzie rolę skratowania pełni falisty środnik. Naprężenia normalne w całości przejmowane są przez pasy dźwigara, naprężenia ścinające wywołane zmianami momentów drugiego rzędu przejmowane są przez środnik. Stateczność elementu względem osi z „słabszej” sprawdza się przyjmując do wyznaczania smukłości jedynie przekrój pasów. Stateczność elementu względem osi y „mocniejszej” należy sprawdzać przyjmując smukłość zastępczą uwzględniającą zwiększoną podatność postaciową środnika profilu SIN.

Na podstawie wyznaczonych smukłości zastępczych określa się wartości współczynników wybozeniowych; $\varphi_y(\bar{\lambda}_y)$ wg krzywej niestateczności „b” i $\varphi_z(\bar{\lambda}_z)$ wg krzywej niestateczności „c”.

Zgodnie z formułą Engessera [6] uwzględniającą dodatkowy wpływ sił poprzecznych na krzywiznę pręta, siła krytyczna osiowo ściskanego pręta wynosi:

$$N_{cr,v} = \left(\frac{1}{1 + k \cdot \frac{N_{cr}}{G \cdot A}} \right) \cdot N_{cr} \quad (37)$$

gdzie:

N_{cr} – siła krytyczna wg klasycznej teorii stateczności przy wyboczeniu giętym

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_e^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\lambda^2}, \quad (38)$$

ze względu na podatność środnika należy przyjmować,

$$A \equiv A_f = 2 \cdot b_f \cdot t_f, \quad I \equiv I_f \quad (39)$$

k - współczynnik ścinania zależny od kształtu przekroju

$$k = \frac{A}{A_w \cdot \frac{m}{s}} = \frac{2 \cdot b_f \cdot t_f + h_w \cdot t_w}{h_w \cdot t_w \cdot \frac{m}{s}} \quad (40)$$

G – współczynnik sprężystości poprzecznej.

Siłę krytyczną osiowo ściskanego pręta można zatem wyrazić następująco,

$$N_{cr,\tau} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\lambda^2 + \pi^2 \cdot k \cdot \frac{E}{G}} \quad (41)$$

Mianownik powyższego wyrażenia to podniesiona do kwadratu smukłość zastępcza λ_{my} profilu SIN przy wyboczeniu względem osi $y-y$,

$$\lambda_{my} = \sqrt{\lambda_y^2 + \pi^2 \cdot k \cdot \frac{E}{G}} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_v^2}, \quad (42)$$

gdzie: λ_v – smukłość postaciowa

$$\lambda_v = \sqrt{\pi^2 \cdot k \cdot \frac{E}{G}} = 5,39 \cdot \sqrt{k}, \quad (43)$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} = \frac{\mu_y \cdot l_0}{i_y}, \quad (44)$$

– smukłość jak dla elementu pełnościennego, z pominięciem powierzchni środka.

$$\lambda_z = \frac{l_{ez}}{i_z} = \frac{\mu_z \cdot l_0}{i_z}, \quad (45)$$

– smukłość jak dla pręta pełnościennego

gdzie:

μ_y, μ_z – współczynniki długości wyboczeniowej wg Załącznika 1 [1],

l_0 – długość obliczeniowa pręta mierzona w osiach stężeń;

dla profilu bisymetrycznego $i_z = i_{z1}$, gdzie i_{z1} – promień bezwładności pojedynczego pasa względem osi $z-z$

$$i_{z1} = \frac{b_f}{\sqrt{12}}. \quad (46)$$

i_y – promień bezwładności profilu bisymetrycznego składającego się wyłącznie z pasów

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{yf}}{A_f}} = \sqrt{\frac{2 \cdot b_f \cdot t_f \cdot [0,5 \cdot (h_w + t_f)]^2}{2 \cdot b_f \cdot t_f}} = \frac{h_w + t_f}{2}, \quad (47)$$

h_w – wysokość środka

t_f – grubość pasa.

2.4.2 Nośność obliczeniowa przekroju przy ściskaniu osiowym N_{Rc}

$$N_{Rc} = \Psi \cdot A_f \cdot f_d \quad (48)$$

przy czym dla profili SIN przyjmuje się $\Psi = 1$.

2.4.3 Smukłości względne pręta przy wyboczeniu wyznaczać należy wg wzorów:

$$\bar{\lambda}_{my} = \frac{\lambda_{my}}{\lambda_p} \cdot \sqrt{\varphi_v}, \quad (49)$$

gdzie: λ_p – smukłość porównawcza

$$\lambda_p = 84 \cdot \sqrt{\frac{215}{f_d}}, \quad (50)$$

φ_v - współczynnik niestateczności określony wzorem

$$\varphi_v = \left[1 + \left(\frac{\lambda_v}{\lambda_p} \right)^{2,4} \right]^{-1/2,4} \quad (51)$$

smukłość względna $\bar{\lambda}_z$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_p} \quad (52)$$

2.4.4 Nośność (stateczność) elementów ściskanych osiowo należy sprawdzać wg wzoru

$$\frac{N}{\varphi_i \cdot N_{Rc}} \leq 1 \quad (53)$$

gdzie $i = y, z$.

φ_y, φ_z – współczynniki niestateczności odpowiednio dla osi y i z :

$$\varphi_y = \left(1 + \bar{\lambda}_{my}^{3,2} \right)^{-1/1,6}, \quad \varphi_z = \left(1 + \bar{\lambda}_z^{2,4} \right)^{-1/1,2} \quad (54)$$

2.5 Elementy zginane

2.5.1 Postanowienia ogólne

Nośność na zginanie profili SIN wyznaczać należy z pominięciem pola przekroju środka. Jeśli obciążenie działa mimośrodowo względem środków ścinania to w obliczeniach należy uwzględnić skręcanie lub stosować odpowiednie stężenia w celu przeniesienia momentów skręcających.

Nośność elementów zginanych względem osi największej bezwładności należy sprawdzać z uwzględnieniem możliwości utraty płaskiej postaci zginania.

Można przyjąć, że konstrukcyjnie zabezpieczone są przed zwichrzeniem elementy, których pas ściskany stężony jest sztywną tarczą oraz elementy w których rozstaw stężeń bocznych pasa ściskanego l_1 jest mniejszy od rozstawu granicznego l_{gr} .

$$l_1 \leq l_{gr}, \quad (55)$$

l_{gr} – wyznaczać należy wg procedury zawartej w [7] rozdział 3.3.3, element (310):

$$l_{gr} = 0,5 \cdot \frac{i_{z1} \cdot \lambda_a}{k_c} \quad (56)$$

gdzie: i_{z1} – promień bezwładności dla pojedynczego pasa przy wyboczeniu z płaszczyzny dźwigara

$$i_{z1} = \sqrt{\frac{I_{z1}}{A_{f1}}} = \sqrt{\frac{t_f \cdot b_f^3}{12}} = \frac{b_f}{\sqrt{12}} \quad (57)$$

k_c – współczynnik zależny od rozkładu sił normalnych na długości pasa, [7] tab.8, przy wyznaczaniu granicznego rozstawu stężeń bocznych można przyjąć, że siła normalna na odcinku pomiędzy stężeniami pozostaje stała, czyli $k_c = 1,0$. Po uwzględnieniu powyższych zależności wzór (56) przyjmuje postać,

$$l_{gr} = \frac{b_f \cdot \lambda_a}{4 \cdot \sqrt{3}} \quad (58)$$

gdzie,

$$\lambda_a = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_e}} \quad (59)$$

Rozpiętość obliczeniową belek l_0 należy określać wg [1] p.4.5.1.d.

Nośność środków pod obciążeniem skupionym należy sprawdzać wg p.2.2.2 niniejszego opracowania.

Oslabienie elementu otworami na łączniki należy uwzględniać wg [1] p.4.1.2.

Przy wymiarowaniu elementów zginanych należy spełnić odpowiednie warunki sztywności podane w p.2.1.1 niniejszego opracowania.

2.5.2 Nośność przekroju przy jednokierunkowym zginaniu

Nośność obliczeniowa przekroju przy jednokierunkowym zginaniu określona jest następująco

$$M_{Ri} = W_{if} \cdot f_d \quad (60)$$

gdzie: $i = y, z$,

W_{if} – wskaźnik wytrzymałości przekroju przy zginaniu sprężystym dla przekroju składającego się z samych pasów,

$$W_{yf} = \frac{I_{yf}}{z_{\max}} \quad W_{zf} = \frac{I_{zf}}{y_{\max}} \quad (61)$$

gdzie: y_{\max}, z_{\max} – odległość pomiędzy środkiem ciężkości przekroju a najbardziej od niego oddaloną krawędzią przekroju, odpowiednio dla kierunku y i z ,

$$I_{yf} = \frac{A_{f1}^2}{A_f} \cdot h^2 \qquad I_{zf} = \frac{t_f \cdot b_f^3}{6} \qquad (62)$$

h – odległość między środkami ciężkości pasów.

2.5.3 Nośność interakcyjna przekroju zginanego i ścinanego

Na podstawie przeprowadzonych badań belek o wysokości średnika 500mm, można stwierdzić, że w przypadku jednoczesnego występowania znacznych sił przekrojowych M i V odpowiednie nośności ulegają redukcji:

$$\frac{M}{M_R \cdot \psi_M} \leq 1, \qquad \frac{V}{V_R \cdot \psi_V} \leq 1 \qquad (63)$$

$$\psi_M = 1,8 - \frac{V}{V_R} \text{ lecz } \psi_M \leq 1,0 ; \quad \psi_V = 1,8 - \frac{M}{M_R} \text{ lecz } \psi_V \leq 1,0. \qquad (64)$$

gdzie: ψ_M, ψ_V – współczynniki redukcyjne, odpowiednio dla nośności na zginanie i nośności na ścinanie.

2.5.4 Nośność elementów jednokierunkowo zginanych

Nośność elementów jednokierunkowo zginanych należy sprawdzać wg wzorów:

$$\frac{M_y}{\varphi_L \cdot M_{Ry}} \leq 1, \qquad \frac{M_z}{M_{Rz}} \leq 1, \qquad (65)$$

gdzie φ_L – współczynnik zwiczenia wg [1] określony wzorem

$$\varphi_L = \left(1 + \bar{\lambda}_L^{2 \cdot n}\right)^{-\frac{1}{n}} \qquad (66)$$

gdzie: n – parametr imperfekcji, $n = 2,0$ (krzywa „a”),
 $\bar{\lambda}_L$ - smukłość względna przy zwiczeniu określona wzorem,

$$\bar{\lambda}_L = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{M_{Ry}}{M_{cr}}} \qquad (67)$$

gdzie M_{cr} – moment krytyczny zwiczenia wg [1]

$$M_{cr} = A_0 \cdot N_z + \sqrt{(A_0 \cdot N_z)^2 + B^2 \cdot i_s^2 \cdot N_z \cdot N_x} \qquad (68)$$

gdzie: $A_0 = A_1 \cdot b_z + A_2 \cdot a_s$, A_1, A_2, B – współczynniki wg [1] tab. Z1-2,

w przypadku bisymetrycznego profilu SIN współrzędna środka ścinania $y_s = 0$, ramię asymetrii $r_y = 0$, biegunowy promień bezwładności względem środka ścinania $i_s = i_0$, gdzie i_0 – biegunowy promień bezwładności względem środka ciężkości przekroju,

$$i_0 = \sqrt{i_y^2 + i_z^2} \quad (69)$$

gdzie: i_y, i_z – promienie bezwładności przekroju odpowiednio względem osi y i z ,

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{yf}}{A_f}} \quad i_z = \sqrt{\frac{I_{zf}}{A_f}} \quad (70)$$

N_z – siła krytyczna przy wyboczeniu giętnym względem osi z

$$N_z = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{zf}}{(\mu_z \cdot l)^2} \quad (71)$$

gdzie: l – długość elementu, μ_z – współczynnik długości wyboczeniowej dla wyboczenia względem osi z , który można przyjmować wg [1] Załącznik 1 p.2,

N_x – siła krytyczna przy wyboczeniu skrętnym

$$N_x = \frac{1}{i_s^2} \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{(\mu_\omega \cdot l)^2} + G \cdot I_T \right] \quad (72)$$

gdzie: μ_ω - współczynnik długości wyboczeniowej przy wyboczeniu skrętnym,

$$\mu_\omega = \frac{l_\omega}{l}, \quad (73)$$

l_ω - odległość przekrojów o swobodnym spaczeniu, dla podparcia widełkowego $\mu_\omega = 1$, dla belki wspornikowej $\mu_\omega = 2$,

I_ω - wycinkowy moment bezwładności dla bisymetrycznego przekroju dwuteowego ,

$$I_\omega = \frac{I_{zf} \cdot h^2}{2} \quad (74)$$

gdzie: I_{zf} – moment bezwładności pasów względem osi y wg wzoru (62),

h – odległość między środkami ciężkości pasów,

I_T – moment bezwładności przy skręcaniu dla bisymetrycznego przekroju dwuteowego,

$$I_T = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot b_f \cdot t_f^3 + h_w \cdot t_w^3) \quad (75)$$

gdzie: b_f, t_f – odpowiednio szerokość i grubość pasa.

3. Stateczność układów ramowych

Do obliczeń układów ramowych wrażliwych na efekty II rzędu należy stosować analizę sprężystą wg teorii II rzędu z uwzględnieniem wstępnego przechyłu ψ_0 wg [1],

$$\Psi_0 = \frac{1}{200} \cdot r_1 \cdot r_2, \quad (76)$$

gdzie:

$$r_1 = \sqrt{\frac{5}{h}} \quad \text{przy czym} \quad r_1 \leq 1, \quad (77)$$

$$r_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{1}{n}} \right), \quad (78)$$

h – wysokość kondygnacji [m],

n – liczba słupów danej kondygnacji w rozpatrywanej płaszczyźnie.

Przy sprawdzaniu stateczności ramy, słupy można traktować jak słupy układów o węzłach nieprzesuwnych ze współczynnikiem długości wybozeniowej $\mu \leq 1$.

Siły wewnętrzne II rzędu można wyznaczać w sposób przybliżony, stosując metodę amplifikacji zastępczych sił poziomych. Do obliczeń wg teorii I rzędu należy wtedy przyjąć zwiększone siły poziome H'' wg [1],

$$H'' = \frac{1}{1 - \alpha_H} \cdot (H_0 + H), \quad (79)$$

gdzie:

H – siła pozioma od obciążenia zewnętrznego na poziomie rozpatrywanej kondygnacji,

H_0 – zastępcza siła pozioma określona wzorem,

$$H_0 = \Psi_0 \cdot \Sigma P, \quad (80)$$

gdzie ΣP – suma oddziaływań pionowych rygli rozpatrywanej kondygnacji,

Ψ_0 – wstępny przechył rozpatrywanej kondygnacji wg wzoru (76),

α_H – wskaźnik wrażliwości na efekty II rzędu wg [1],

$$\alpha_H = \frac{\Delta \Psi \cdot \Sigma N}{\Psi_0 \cdot \Sigma N + \Sigma H}, \quad (81)$$

gdzie:

ΣH – sumaryczne obciążenie poziome powyżej rozpatrywanej kondygnacji,

ΣN – sumaryczne obciążenie pionowe przenoszone przez słupy rozpatrywanej kondygnacji,

$\Delta \psi$ - przyrost przechyłu spowodowany działaniem sił ($H+H_0$)

$$\Delta\Psi = \left(1 + \frac{\Psi_0 \Sigma N}{\Sigma H}\right) \cdot \Psi^I, \quad (82)$$

gdzie Ψ^I – przechył spowodowany działaniem sił H , obliczony wg teorii I rzędu.
W przypadku braku zewnętrznego obciążenia poziomego należy przyjąć

$$\Delta\Psi = \Psi_0^I, \quad (83)$$

gdzie Ψ_0^I - przechył spowodowany działaniem sił H_0 wg wzoru(80).

Kraków,2003-06-02

prof. dr hab. inż. Zbigniew Mendera

mgr inż. Krzysztof Kuchta

LITERATURA

- [1] PN-90/B-03200 – Konstrukcje stalowe – Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [2] DASt – Richtlinie 015 – Träger mit schlanken Stegen, Stahlbau-Verlagsgesellschaft, Köln 1990
- [3] H. Pasternak, P. Brańka – Zum Tragverhalten von Wellstegträgern – Bauingenieur 10/1998
- [4] Gutachten über die Berechnung von geschweißten I- Trägern mit Stegen aus gewellten Blechen, O. Univ. Prof. D.I. Dr. Günter Ramberger, Wien 20.12.1989 – praca nie publikowana.
- [5] 2. Gutachten über die Berechnung von geschweißten I- Trägern mit Stegen aus gewellten Blechen, O. Univ. Prof. D.I. Dr. Günter Ramberger, Wien 16.11.1990 – praca nie publikowana.
- [6] S. P. Timoshenko, J. M. Gere – Teoria stateczności sprężystej, Arkady, Warszawa 1963
- [7] DIN – 18800 Teil 2 – Stahlbauten – Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken, Beuth Verlag GmbH, Berlin 1990
- [8] Eurocode 3 (EC3), Design of Steel Structures, Part 1.1 General rules and rules for buildings, European Prestandard ENV 1993-1-1, CEN, Brussels, April 1992
- [9] Z. Mendera – Częściowe współczynniki bezpieczeństwa i modele obliczeniowe konstrukcji stalowych na tle Eurokodu 3, Inżynieria i Budownictwo 11/1995
- [10] H. Pasternak, P. Brańka – Tragverhalten von Wellstegträgern unter lokaler Lasteinleitung, Bauingenieur 5/1999
- [11] P. Brańka – Tragverhalten von Trägern mit schlanken, ebenen und profilierten Stegen, Dissertation – Brandenburgische Technische Universität Cottbus, Tectum Verlag, Marburg 2000.